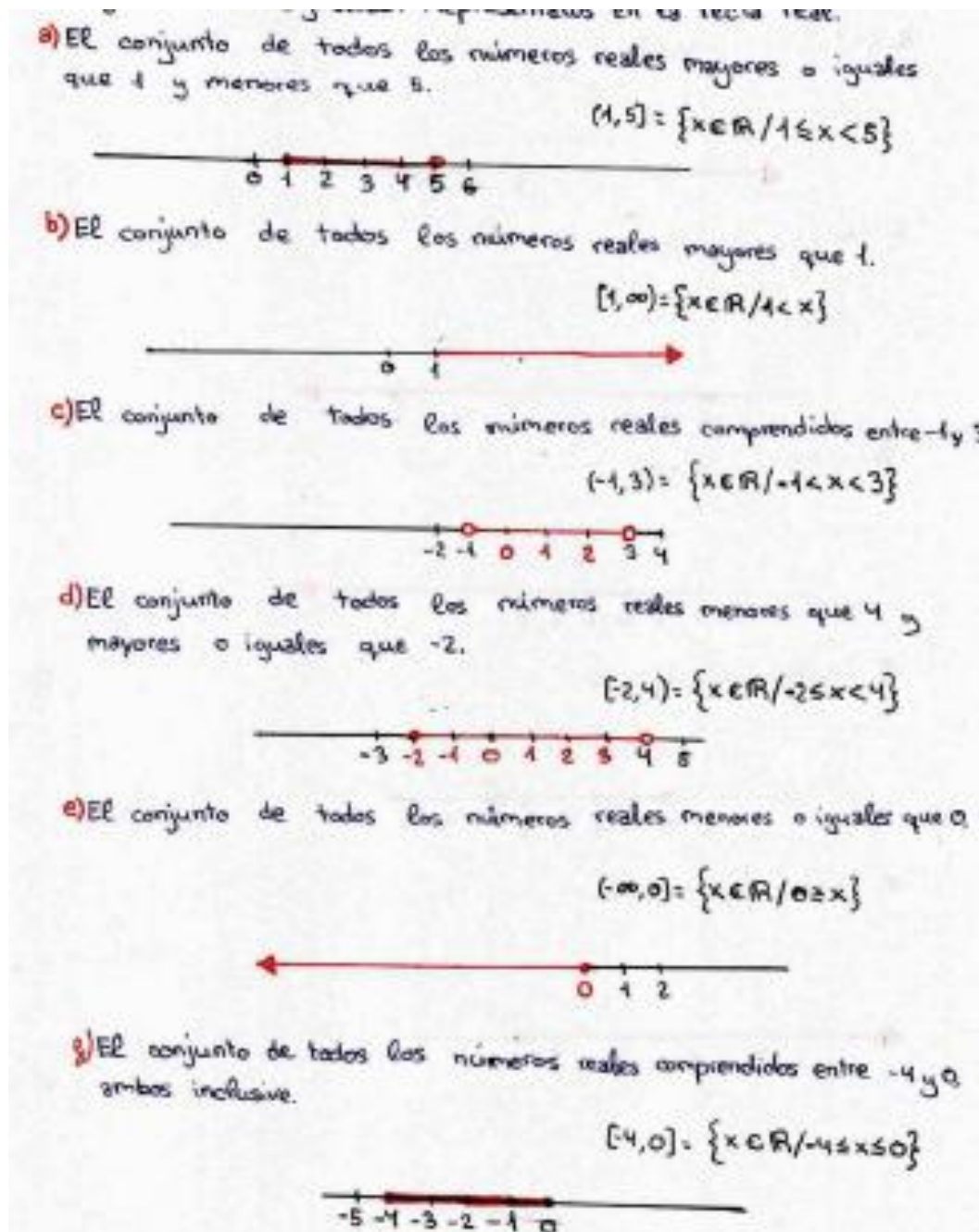


**I. LOS NÚMEROS REALES****02 La recta real**

1. Expresa en forma de desigualdad:  $(1, +\infty)$ ;  $[-2, 7)$

$$(1, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x\}$$
$$[-2, 7) = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 7\}$$

2. Escribe los conjuntos siguientes en forma de intervalo o semirrecta y en forma de desigualdad. Représentalos en la recta real.
- El conjunto de todos los números reales mayores o iguales que 1 y menores que 5.
  - Todos los mayores que 1.
  - Todos los comprendidos entre  $-1$  y  $3$ .
  - Todos los menores que 4 y mayores o iguales que  $-2$ .
  - Todos los menores o iguales que 0.
  - Los comprendidos entre  $-4$  y  $0$  ambos inclusive.



3. Escribe en forma de intervalo o de semirrecta y representa:

$$A = \{x / -4 \leq x \leq 5\}$$

$$B = \{x / x < 5\}$$

$$C = \{x / -5 \leq x\}$$

$$D = \{x / 0 \leq x\}$$

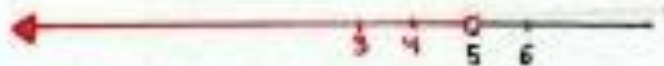
$$E = \{x / 0 < x < 2,4\}$$

$$F = \left\{x / x < \frac{11}{3}\right\}$$

A.  $\{x / -4 \leq x \leq 5\} = [-4, 5]$



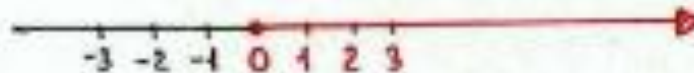
B.  $\{x / x < 5\} = (-\infty, 5)$



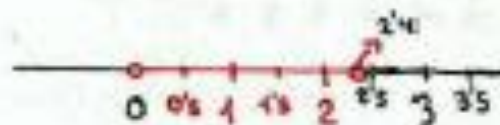
C.  $\{x / -5 \leq x\} = [-5, +\infty)$



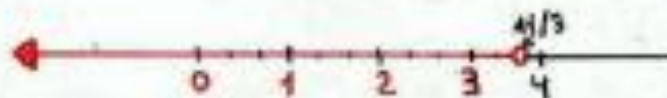
D.  $\{x / 0 \leq x\} = [0, +\infty)$



E.  $\{x / 0 < x < 2,4\} = (0, 2,4)$



F.  $\{x / x < \frac{41}{3}\} = (-\infty, 41/3)$



4. Escribe en forma de desigualdad y representa:

$$A = (1, 2.5)$$

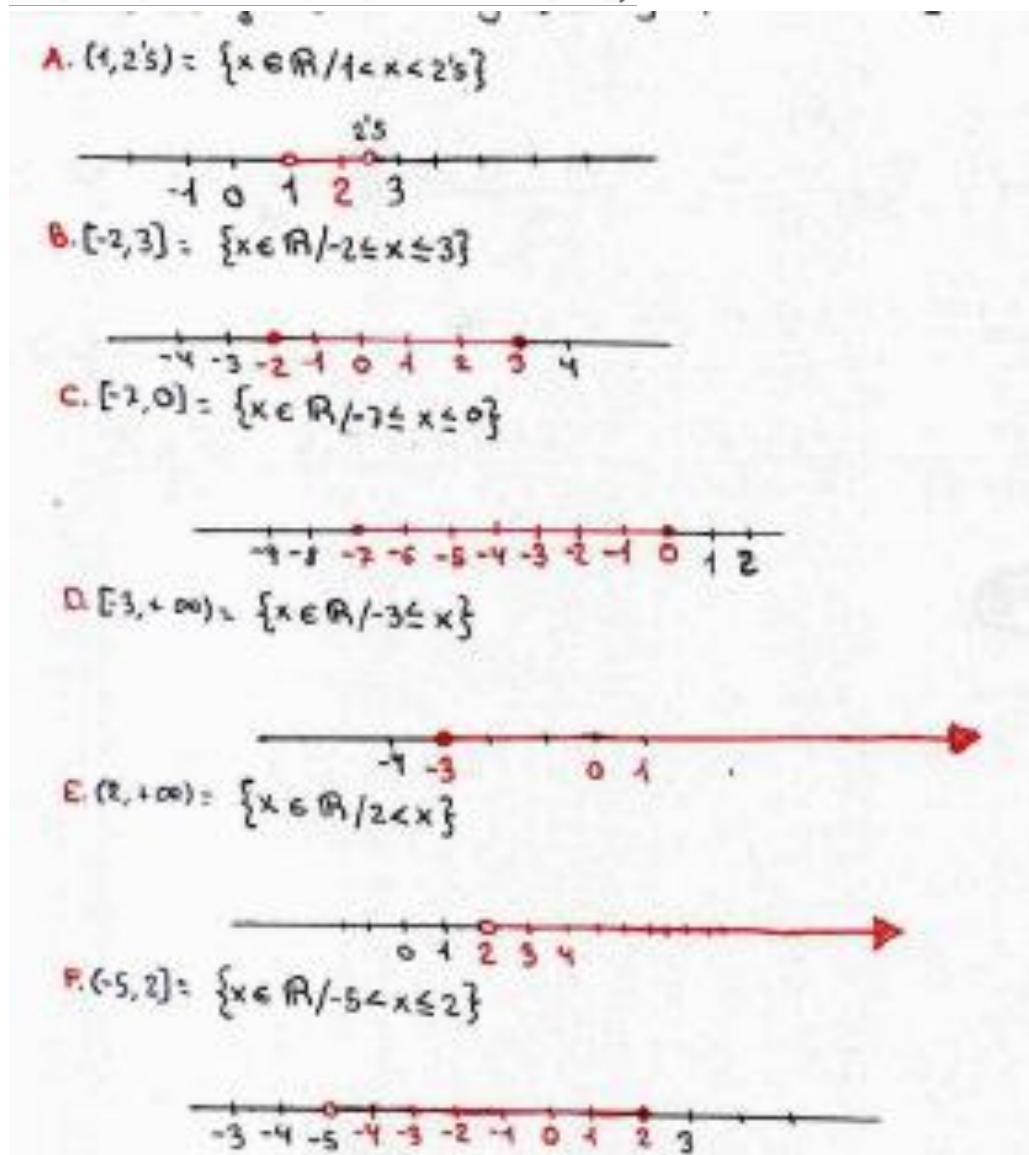
$$B = [-2, 3]$$

$$C = [-7, 0]$$

$$D = [-3, +\infty)$$

$$E = (2, +\infty)$$

$$F = (-5, 2]$$



## 2. POTENCIAS, RADICALES Y LOGARITMOS

### 01 Potencias de exponente natural y entero

5. Simplifica en una única potencia y, después, determina su valor:

$$a) \frac{(-3)^3 \cdot (-3)^5}{(3^5)^2} = \quad b) \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{-1} \cdot 2^{-2} = \quad c) 3^{-6} \cdot 27^2 =$$

6. Simplifica las siguientes fracciones utilizando las propiedades de las potencias:

$$a) \frac{2^5 \cdot 6^{-3} \cdot (-3)^8}{18^{-2} \cdot (-12)^3} \quad b) \frac{3^6 \cdot 2^5 \cdot 5^2}{9^3 \cdot 4^3 \cdot 5} \quad c) \frac{a^{-2} \cdot b^{-4} \cdot c^7}{a^5 \cdot b^{-2} \cdot c^{-3}} \quad d) \frac{(a^3 \cdot b^4)^2 \cdot (a^{-3} \cdot b^2)^2}{(a^{-2} \cdot b^2)^3}$$

**02 Radicales**

7. Determina el valor de:

$$\begin{array}{llllll} \text{a) } (-3)^2 & \text{b) } 2^{-3} & \text{d) } (-2)^3 & \text{e) } \frac{1}{2^{-3}} & \text{f) } \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} & \text{g) } \left(\frac{4}{3}\right)^{-2} \\ \text{h) } \sqrt{\frac{9}{49}} & \text{i) } \sqrt[3]{-125} & \text{j) } 3^{2/3} & \text{k) } \frac{1}{5^{1/2}} & \text{l) } 9^{-1/2} & \text{m) } \left(\frac{2}{3}\right)^{-3/2} \end{array}$$

8. Simplifica las expresiones siguientes al máximo:

$$\text{a) } \frac{2^{-8} \cdot 16^4}{32} = \quad \text{b) } \left(2^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{5}{3}} \cdot 2^2 = \quad \text{c) } \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 : \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{9}{2}} =$$

9. Pasa las siguientes expresiones de raíces a potencias y después simplifica la potencia resultante:

$$\text{a) } \sqrt[5]{a^4} = \quad \text{b) } \sqrt{2\sqrt{2}} =$$

10. Opera en forma de potencias y expresa el resultado en forma de raíz:

$$\text{a) } \frac{\sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{\sqrt[3]{a}}} = \quad \text{b) } \frac{a^{3/4} \cdot a^{-2/3} \cdot \sqrt[3]{a}}{\sqrt{\sqrt{a}}} =$$

11. Simplifica extrayendo factores de los siguientes radicales:

$$\text{a) } \frac{\sqrt{12x^2y^3z^4}}{3xy} = \quad \text{b) } \sqrt[3]{8a^6b^3} =$$

12. Introducir factores dentro de un radical. Introducir dentro del radical el factor:

$$\text{a) } 3 + 4\sqrt[3]{5}; \quad \text{b) } 2 - a\sqrt[3]{a}; \quad \text{c) } 2 \cdot x^3 \cdot y^2 \sqrt[5]{2 \cdot x^3 \cdot y^4 \cdot z}$$

$$\begin{array}{l} \text{a) } 3 + 4\sqrt[3]{5} = 3 + \sqrt[3]{4^3 \cdot 5} = 3 + \sqrt[3]{320} \\ \text{b) } 2 - a\sqrt[3]{a} = 2 - \sqrt[3]{a^4} \\ \text{c) } 2x^3y^2\sqrt[5]{2 \cdot x^3 \cdot y^4 \cdot z} = \sqrt[5]{2^5 \cdot x^{15} \cdot y^{10} \cdot 2 \cdot x^3 \cdot y^4 \cdot z} = \\ = \sqrt[5]{2^6 \cdot x^{18} \cdot y^{14} \cdot z} \end{array}$$

13. Extrae todos los factores posibles de los siguientes radicales:

$$\text{a) } \sqrt{75}; \quad \text{b) } \sqrt[3]{16a^{14}}; \quad \text{c) } \sqrt[4]{81a^{14b^7}}; \quad \text{d) } \sqrt[5]{128x^{11}y^{18}z}$$

14. Extrae factores de los siguientes radicales:

Extrae factores de los siguientes radicales:

a)  $\sqrt{3600}$       b)  $\sqrt[3]{16x^6}$       c)  $\sqrt{\frac{28x^5}{75y^3}}$

f)  $\sqrt{a^4 \cdot b^9}$       g)  $\sqrt[6]{\frac{1}{2187}}$       h)  $\sqrt[5]{128}$       i)  $\sqrt{\frac{12}{147}}$

a)  $\sqrt{3600} = \sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

b)  $\sqrt[3]{16x^6} = \sqrt[3]{2^4 x^6} = 2x^2 \sqrt[3]{2}$

c)  $\sqrt{\frac{28x^5}{75y^3}} = \sqrt{\frac{2^2 \cdot 7 x^5}{3 \cdot 5^2 y^3}} = \frac{2x^2}{5y} \sqrt{\frac{7x}{3y}}$

d)  $\sqrt{a^4 \cdot b^9} = a^2 b^4 \sqrt{b}$

e)  $\sqrt[6]{\frac{1}{2187}} = \sqrt[6]{\frac{1}{3^7}} = \frac{1}{3} \sqrt[6]{\frac{1}{3}}$

f)  $\sqrt[5]{128} = \sqrt[5]{2^7} = 2 \sqrt[5]{2^2} = 2 \sqrt[5]{4}$

g)  $\sqrt{\frac{12}{147}} = \sqrt{\frac{2^2 \cdot 3}{7^2 \cdot 3}} = \frac{2}{7} \sqrt{\frac{3}{3}} = \frac{2}{7} \sqrt{1} = \frac{2}{7} \cdot 1 = \frac{2}{7}$

### 03 Operaciones con radicales

15. Opera y simplifica:

a)  $\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{16} =$       b)  $\sqrt{\frac{2}{9}} + \sqrt{\frac{8}{25}} - \sqrt{\frac{2}{225}} =$       c)  $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{2} =$

d)  $\frac{\sqrt[4]{36}}{\sqrt[4]{4}} =$       e)  $\sqrt[3]{3^2} \cdot \sqrt{5^3} \cdot \sqrt[4]{3 \cdot 5} =$       f)  $\frac{3\sqrt{8} - 2\sqrt{18} + 2\sqrt{50}}{5\sqrt{2}} =$

16. Calcula:

a)  $(5 - \sqrt{5})^2 =$       b)  $(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3}) =$

c)  $(\sqrt{6} + 2\sqrt{3})^2 =$       d)  $(3 - 2\sqrt{2}) \cdot (3 + 2\sqrt{2}) =$

17. Reduce a un solo radical: a)  $\frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[4]{7}}$       b)  $\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}$

a)  $\frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[4]{7}} = \frac{\sqrt[12]{7^4}}{\sqrt[12]{7^3}} = \sqrt[12]{7^1} = \sqrt[12]{7}$       b)  $\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}} = \sqrt[8]{x}$



18. Racionaliza simplificando: a)  $\frac{6}{\sqrt[3]{2}}$  b)  $\frac{-12}{\sqrt[5]{9}}$  c)  $\frac{\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$  d)  $\frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{6}-3}$

$$a) \frac{6}{\sqrt[3]{2}} = \frac{6 \cdot \sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}} = \frac{6 \cdot \sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{6 \sqrt[3]{4}}{2} = 3 \sqrt[3]{4}$$

$$b) \frac{-12}{\sqrt[5]{9}} = \frac{-12}{\sqrt[5]{3^2}} = \frac{-12 \cdot \sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^2} \cdot \sqrt[5]{3^3}} = \frac{-12 \sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^5}} = \frac{-12 \sqrt[5]{27}}{3} = -4 \sqrt[5]{27}$$

$$c) \frac{\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(4-\sqrt{3})}{(4+\sqrt{3})(4-\sqrt{3})} = \frac{4\sqrt{3}-3}{16-3} = \frac{-3+4\sqrt{3}}{13}$$

$$d) \frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{6}-3} = \frac{(3-\sqrt{3})(\sqrt{6}+3)}{(\sqrt{6}-3)(\sqrt{6}+3)} = \frac{3\sqrt{6}+9-\sqrt{18}-3\sqrt{3}}{6-9} = \frac{3\sqrt{6}+9-3\sqrt{2}-3\sqrt{3}}{-3} = \frac{\sqrt{6}+3-\sqrt{2}-\sqrt{3}}{-1}$$

19. Racionaliza y simplifica: a)  $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{18}}$ ; b)  $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{12}}$ ; c)  $\frac{1}{2(\sqrt{3}-\sqrt{5})}$

$$a) \frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{18}} = \frac{(2\sqrt{3}-\sqrt{2})\sqrt{18}}{\sqrt{18} \cdot \sqrt{18}} = \frac{2\sqrt{3}\sqrt{18}-\sqrt{2}\sqrt{18}}{18} = \frac{18\sqrt{3}\sqrt{2}-18\sqrt{4}}{18} = \frac{\sqrt{6}-18\sqrt{4}}{18}$$

$$b) \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{12}} = \frac{(2\sqrt{3}+\sqrt{2})\sqrt{12}}{\sqrt{12} \cdot \sqrt{12}} = \frac{2\sqrt{3}\sqrt{12}+\sqrt{2}\sqrt{12}}{12} = \frac{12+2\sqrt{2}\sqrt{3}}{12} = 1 + \frac{1}{6}\sqrt{2}\sqrt{3}$$

$$c) \frac{1}{2(\sqrt{3}-\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2(\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2(3-5)} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{6-10} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{-4}$$

**04 Logaritmos**

20. Utilizando la definición y/o las propiedades de los logaritmos, calcula:

a)  $\log_2 \sqrt{2}$  b)  $\log_5 25\sqrt{5}$  c)  $\log_2 \left( \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \right)$

d)  $\log \left( \frac{1}{100} \right)^3$  e)  $\ln \left( \frac{1}{e} \right)$  f)  $\log_2 0,5$

21. Expresa con un único logaritmo:

a)  $2 \log a + \log b - \log c$  b)  $\frac{1}{2}(\log a - \log b)$  c)  $2 \log 3 - 3 \log 2$

22. Utiliza el cambio de base y/o la calculadora para determinar con cuatro cifras significativas:

a)  $\log_7 15$  b)  $\log_2 11$  c)  $\log 18$  d)  $\ln 5$  f)  $\log \left( \frac{8}{3} \right)$  g)  $\log_{1/3} 7$

23. Calcula "x":

a)  $\log_x 625 = 4$  b)  $\log_x 0,01 = -2$  c)  $5^x = 100$  d)  $10^x = 5$

24. Calcula:

a)  $\log_2 32$ ; b)  $\log_2 \sqrt{8}$ ; c)  $\log_3 81$ ; d)  $\log_2 \frac{16}{\sqrt{32}}$ ; e)  $\log_3 \sqrt[4]{27}$

25. Hallar el valor de 'x' en las siguientes expresiones:

a)  $\log_x \frac{1}{3} = -1$  b)  $\log x = -3$  c)  $\log_2 \frac{1}{8} = x$

a)  $\log_x \frac{1}{3} = -1$  ;  $x^{-1} = \frac{1}{3}$  ;  $\frac{1}{x} = \frac{1}{3}$  ;  $\boxed{x=3}$   
 b)  $\log x = -3$  ;  $\boxed{x=10^{-3}=0,001}$   
 c)  $\log_2 \frac{1}{8} = x$  ;  $\frac{1}{8} = 2^x$  ;  $2^{-3} = 2^x$  ;  $\boxed{x=-3}$

26. Hallar el valor de 'x' aplicando las propiedades de los logaritmos:

a)  $\log_2 \frac{x}{8} = 5$  b)  $\log \sqrt[3]{100} = 3$  c)  $\log_3 \frac{1}{x} = -2$  d)  $\log_3 81 = x$



$$\begin{aligned}
 a) \log_2 \frac{x}{8} &= 5; \log_2 x - \log_2 8 = 5; \log_2 x - 3 = 5 \\
 \log_2 x &= 8; x = 2^8 = \boxed{256} \\
 b) \log \sqrt[x]{100} &= 3; \frac{\log 100}{x} = 3; \frac{2}{x} = 3; \boxed{x = \frac{2}{3}} \\
 c) \log_3 \frac{1}{x} &= -2; \log_3 1 - \log_3 x = -2; 0 - \log_3 x = -2; \\
 \log_3 x &= 2; \boxed{x = 3^2 = 9} \\
 d) \log_3 81 &= x; 3^x = 81 = 3^4; \boxed{x = 4}
 \end{aligned}$$

27. Sabemos que  $\log_a k = 0.7$ , ¿cuánto vale?  $\log_a k^3 - \log_a \sqrt{k}$

$$\begin{aligned}
 \log_a k^3 - \log_a \sqrt{k} &= \\
 &= 3 \log_a k - \frac{\log_a k}{2} = 3 \cdot 0.7 - \frac{0.7}{2} = 2.1 - 0.35 = 1.75
 \end{aligned}$$

28. Expresa como un solo logaritmo:  $3 \cdot \log_3 6 - \log_3 15 + \frac{\log_3 64}{2}$

$$\begin{aligned}
 3 \log_3 6 - \log_3 15 + \frac{\log_3 64}{2} &= \\
 &= \log_3 6^3 - \log_3 15 + \log_3 \sqrt{64} = \\
 &= \log_3 \frac{6^3}{15} + \log_3 \sqrt{64} = \log_3 \frac{6^3 \sqrt{64}}{15}
 \end{aligned}$$

29. Efectúa con la calculadora y redondea a cuatro cifras significativas:

$$a. 1,41^{-20} \quad b. \sqrt[3]{3021} \quad c. \sqrt[9]{1,287 \cdot 10^{-14}} \quad d. L \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

30. Saber aplicar las propiedades de los logaritmos para simplificar una expresión. Hallar el valor de 'x' aplicando las propiedades de los logaritmos:

$$a) \log 2^x = 10 \quad b) \log_2 \frac{x}{8} = 5 \quad c) \log \sqrt[3]{100} = 3 \quad d) \log_3 \frac{1}{x} = -2$$

31. Convertir una expresión logarítmica en su exponencial equivalente y viceversa. Hallar el valor

de 'x' en las siguientes expresiones:  $a) \log_x \frac{1}{3} = -1$   $b) \log x = -3$   $c) \log_2 \frac{1}{8} = x$

32. Saber aplicar las propiedades de los logaritmos para simplificar una expresión. Hallar el valor de 'x' aplicando las propiedades de los logaritmos:

$$a) \log_2 \frac{x}{8} = 5 \quad b) \log \sqrt[4]{100} = 3 \quad c) \log_3 \frac{1}{x} = -2 \quad d) \log_3 81 = x$$